

**Центр образования школьников «Олимп»  
Математический турнир «Осенний марафон – 2006»  
Личная олимпиада по математике. 8 класс.**

1. В конференции принимали участие 13 учёных. После конференции каждый из них отправил 4 или 2 письма участникам этой конференции. Может ли случиться, что каждый из них получил 3 письма?
2. Клетчатый бумажный квадрат  $8 \times 8$  согнули несколько раз по линиям клеток, так что получился квадратик  $1 \times 1$ . Его разрезали по отрезку, соединяющему середины двух противоположных сторон квадратика. На сколько частей при этом мог распасться квадрат?
3. Решите уравнение в целых числах  
$$a^2b^2 + a^2 + b^2 + 1 = 2006$$
4. Имеется 6 одинаковых с виду монет, некоторые из них фальшивые – более лёгкие. Как с помощью не более чем четырёх взвешиваний на чашечных весах без гирь найти все фальшивые монеты?
5. Высоты  $AA_1$  и  $BB_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ . Точки  $X$  и  $Y$  – середины отрезков  $AB$  и  $CH$  соответственно. Доказать, что прямые  $XY$  и  $A_1B_1$  перпендикулярны.

<http://yarmatschool.narod.ru/>